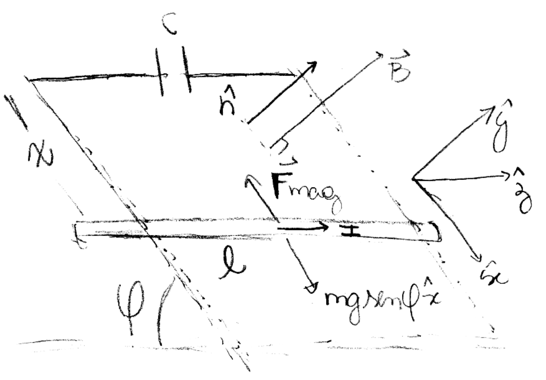
{Exercício 1} - Lista 12 - Data 10/06/16

Grupo 10: Bruna Helvá, nº 8927982

Roberta Duarte Pereira, nº 8927929

Fernando Fontanezi nº 8927770



a) Achar $x(t)$

Considerando que no circuito, que contém capacitor C e a barra de comprimento l, existe um campo $\vec{B}$ uniforme normal ao plano do circuito, é possível calcular o fluxo magnético Φ_B associado à area $A = l \cdot x$, onde x é o deslocamento da barra.

$$\Phi_B = \int_A \vec{B}\,\hat{n}\,dA = \int B\hat{n}\cdot\hat{n}\,l\,dx = Blx \quad \text{I}$$

$dA = l\,dx$

É também possível calcular a força eletromotriz $\mathcal{E}$ relacionada à variação do fluxo da eq. I

$$\mathcal{E} = -\frac{d\Phi_B}{dt} = -Bl\frac{dx}{dt} = -Bl\dot{x} \quad \text{II}$$

Como a variação do fluxo do campo $\vec{B}$ induz essa força eletromotriz $\mathcal{E}$, conclui-se que $\mathcal{E}$ está relacionada ao carregamento do capacitor C, pela expressão

$q = C \cdot \mathcal{E}$ onde q é a carga do capacitor e C a capacitância

Usando a eq. II, vem que

$$q = C \cdot (-Bl\dot{x}) = -BCl\dot{x} \quad \text{III}$$

Calculando a corrente i relacionada a 'q', usando a eq. III

$$i = \frac{dq}{dt} = -BCl\frac{d}{dt}\dot{x} \Rightarrow i = -BCl\ddot{x} \quad \text{IV}$$

Com a corrente I calculada, calcula-se a força magnética $\vec{F}_m$ sobre a barra de comprimento L percorrida pela corrente I:

$$\vec{F}_{mag} = i\int d\vec{l} \times \vec{B} = i\int dl\,\hat{z} \times \hat{y}B \Rightarrow \vec{F}_{mag} = -iB\int dl\,\hat{x} = -iBl\,\hat{x} \quad \text{(V)}$$

onde $d\vec{l} = dl\,\hat{z}$

$\vec{B} = B\hat{y}$

Como $i = -BCl\ddot{x}$, substituindo em (V), tem-se que

$$\vec{F}_{mag} = -(-BCl\ddot{x})Bl\,\hat{x} = B^2Cl^2\ddot{x}\,\hat{x} \quad \text{(VI)}$$

Sabendo-se que a força peso na barra, na direção do movimento, é $\vec{P}_x = mg\,sen\varphi$, pode-se escrever a resultante de forças pela 2ª Lei de Newton na direção $\hat{x}$:

$$m\ddot{x}\,\hat{x} = mg\,sen\varphi\,\hat{x} + B^2Cl^2\ddot{x}\,\hat{x}$$

Em módulo: $m\ddot{x} = mg\,sen\varphi + B^2Cl^2\ddot{x} \Rightarrow \ddot{x}\left(1 - \frac{B^2Cl^2}{m}\right) = g\,sen\varphi \Rightarrow$

$$\Rightarrow \ddot{x} = \frac{g\,sen\varphi}{\left(1 - \frac{B^2Cl^2}{m}\right)} \xrightarrow[\text{em } t]{\text{integrando}} \dot{x}(t) = \frac{g\,sen\varphi\,t}{\left(1 - \frac{B^2Cl^2}{m}\right)} + C_1 \quad \text{(VII)} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x(t) = \frac{g\,sen\varphi\,t^2}{2\left(1 - \frac{B^2Cl^2}{m}\right)} + C_1t + C_2 \quad \text{(VIII)}$$, onde C_1 e C_2 são constantes reais

b) Achar $x(t)$ para $x(0) = \dot{x}(0) = 0$

$$0 = \dot{x}(0) = \frac{g\,sen\varphi}{\left(1 - \frac{B^2Cl^2}{m}\right)} \cdot 0 + C_1 \Rightarrow C_1 = 0$$

$$0 = x(0) = \frac{g\,sen\varphi}{\left(1 - \frac{B^2Cl^2}{m}\right)} \cdot 0^2 + C_1 \cdot 0 + C_2 \Rightarrow C_2$$

Então $x(t) = \frac{g\,sen\varphi}{2\left(1 - \frac{B^2Cl^2}{m}\right)} \cdot t^2$